**I. а)** У Карлсона есть 27 банок с вареньем. В банках находится 1, 2, 3, …, 27 литров варенья соответственно. На завтрак Карлсон может съесть одно и то же целое число литров варенья из любых двух банок. Докажите, что Карлсон может действовать так, чтобы за некоторое количество завтраков съесть все варенье. Может ли Карлсон съесть все варенье, если вначале было 29 банок, в которых содержалось 1, 2, …, 29 литров варенья?

**б)** Попробуйте указать все натуральные значения *n*, при которых Карлсон может съесть варенье из *n* банок, в которых содержатся 1, 2, 3, …, *n* литров варенья. При этом если при каких-то *n* он может это сделать, опишите алгоритм «съедания», а при остальных докажите, что такое невозможно. В первом случаем при каждом *n* постарайтесь найти минимально возможное количество завтраков («съеданий»), за которое Карлсон может съесть варенье.

**в)** Попробуйте доказать, что алгоритм «съедания», предложенный вами в предыдущем пункте является оптимальным с точки зрения минимальности количества операций (под одной *операцией* будем понимать одно «съедание» по одинаковому числу литров из двух банок, при этом в разных операциях общее число литров варенья, естественно, может быть различным).

**II.** Попробуйте рассмотреть следующие обобщения той задачи.

 **1)** У Карлсона есть *n = m*+1 банок с вареньем. В банках находится *s*, *s*+1, *s*+2, …, *s+m* литров варенья соответственно. Операция та же, что и в части **I** задачи. Рассмотрите и попробуйте решить пункты, аналогичные пунктам **I.б)** и **I.в).** Рекомендуем начать решение с некоторых небольших значений *m*.

 **2)** Пусть теперь у Карлсона *n* банок, в которых находится *s*1 < *s*2 < … < *sn* литров варенья (все значения – натуральные числа). Попробуйте решить пункты, аналогичные пунктам **I.б)** и **I.в).** Рекомендуем начать решение с небольших значений *n.*

**III.** Для обобщения предыдущих пунктов рассмотрите следующие направления:

 **1)** Карлсон может съесть одинаковое целое количество литров из любых трех банок.

 **2)** Карлсон необязательно съедает все варенье, т.е. он может оставить некоторое минимальное количество «несъеденного» варенья (в частях **I** и **II**, конечно, это не более одного литра).

**IV.** Предложите свои обобщения или направления исследования в этой задаче и изучите их.